

Hjemmeopgave 4

Opgave 1

Angiv og begrund, hvorvidt følgende udsagn er korrekte:

1.1 Engelkurven for en vare vil i et punkt, hvor varen er et inferiørt gode, have en positiv hældning.

Udsagnet er forkert.

Engel-kurven viser en sammenhæng mellem en indkomst og forbruget af et gode. En godes engelkurve reflekterer dens indkomst elasticitet og kan dermed indikere om goden er inferiør, normal eller en luksus gode.

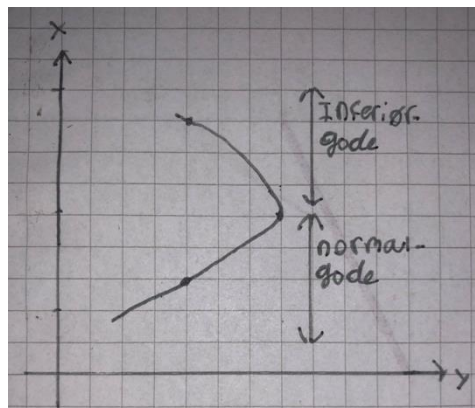
For en inferiør gode, er engel-kurvens hældning negativ, fordi forbrugeren har en større indkomst, som resulterer i at de vil købe mindre af de inferiøre goder, eftersom de har råd til bedre goder.

For normal gode er engel-kurvens hældning positiv. Grundet af at, når indkomsten stiger, stiger den krævet mængde.

Dvs. at engel-kurven for en vare vil i et punkt, hvor varen er et inferiørt gode, have en negativ hældning.

I figur 1, ser vi en skitse af en engelkurve, som indeholder både eks, af en inferiør gode og normal gode.

Figur 1: Engelkurve.



Anm: x-aksen angiver indkomst pr. måned. Y-aksen angiver enheder pr. måned.

Engelkurven bøjer tilbage for inferiøre goder, dvs. kurven får negativ hældning.

1.2 Substitutionseffekten er altid negativ ved en stigning i prisen.

Korrekt.

Hvis en vares pris stiger, vil efterspørgslen på den anden vare stige, hvilket betyder at substitutionseffekten har et negativt fortegn.

1.3 Efterspørgselskurven findes ved at antage forskellige niveauer for indkomsten og løse for nyttemaksimum.

Forkert.

Efterspørgselskurven for et gode udtrykkes ved de forskellige forbrugeres cost-benefit-analyse mht. godet. Omkostningssiden er dermed prisen vs. andre goder til samme pris og nyttesiden er den nytte godet giver forbrugeren.

Dermed findes efterspørgselskurven ikke ved at antage forskellige niveauer for indkomsten, men derimod nyttemaksimere ved forskellige prisniveauer. Man fastholder indkomsten, altså indkomsten ændres ikke.

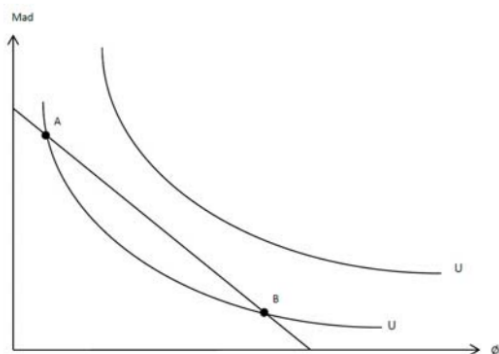
1.4 For en vare, som er et Giffen-gode (ved bestemte priser og indkomst) gælder typisk, at forbrugeren som udgangspunkt bruger en relativt stor del af sit forbrugsbudget på den pågældende vare.

Korrekt.

Et giffen-gode, er et gode som en undtagelse ikke følger "loven om efterspørgsel", eftersom forbruget af et giffen-gode vokser, når prisen på det stiger. Dermed må forbrugeren som udgangspunkt bruge en relativ stor del af sit forbrugsbudget på et giffen-gode.

Opgave 2

Betragt nedenstående figur med indifferenskurver og budgetlinje for en forbruger. Inga skal vælge, hvor meget af hendes begrænsede indkomst, der skal bruges på henholdsvis øl og mad.



Hendes præferencer for disse to goder er givet ved indifferenskurver, hvoraf to er indtegnet i figuren.

2.1 Definér det marginale substitutionsforhold, MRS, i et bestemt forbrugsbundt.

MRS = indifferenskurvens hældning i et punkt $\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \approx \frac{dx_2}{dx_1} \rightarrow$ som regel defineret positiv: $\left| \frac{dx_2}{dx_1} \right|$

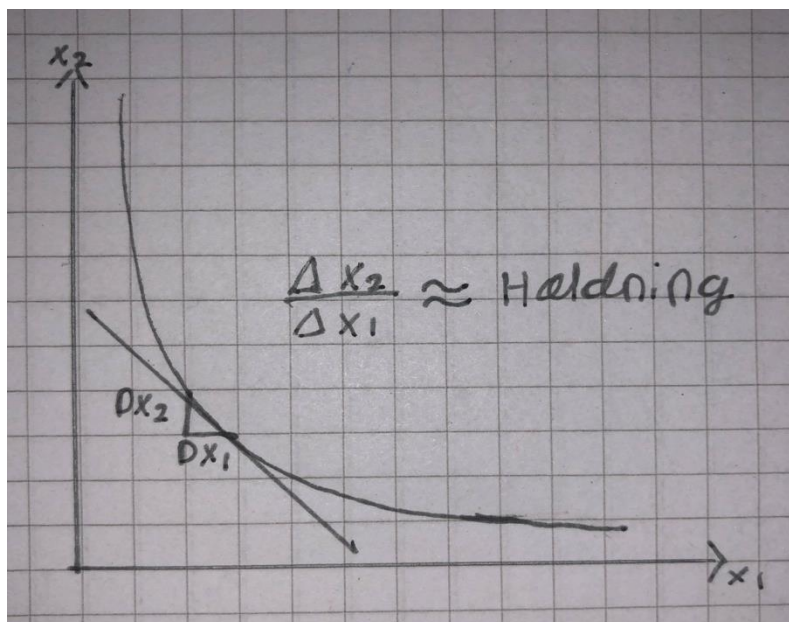
MRS angiver, hvor meget, en forbruger er villig til at afgive af vare 2 for at få en enhed af vare 1 og stadig være lige så tilfreds som før. Eller hvor meget mere vare 2, forbrugeren skal afgive en enhed af vare 1 og stadig være lige så tilfreds som før.

Det marginale substitutionsforhold = Det ”subjektive” bytteforhold

MRS langs en pæn indifferenskurve: Når x_1 vokser, falder den numeriske værdi af MRS. Desto mere vare 1 man har, jo mindre vare 2 skal der til for at kompensere for en enhed af vare 1.

I figur 2, ser vi et eksempel af MRS.

Figur 2: Det marginale substitutionsforhold (MRS)



2.2 Betragt punktet (forbrugsbundtet) A i figuren. Forklar om MRS er større eller mindre end prisforholdet P_{θ}/P_{mad} i dette punkt og forklar herudfra, hvorfor punktet A ikke angiver Ingas optimale forbrugssammensætning.

MRS er større end prisforhold $P_{\text{øl}}/P_{\text{mad}}$ i punktet A, da hældningen i punktet er større end forholdet mellem goderne. Altså, Inga har for meget af vare 2 (mad), hvilket vil sige at der skal mere af vare 1 (øl) for at ramme det optimale punkt. Med andre ord, marginalnytten for mad er mindre end marginalnytten for øl.

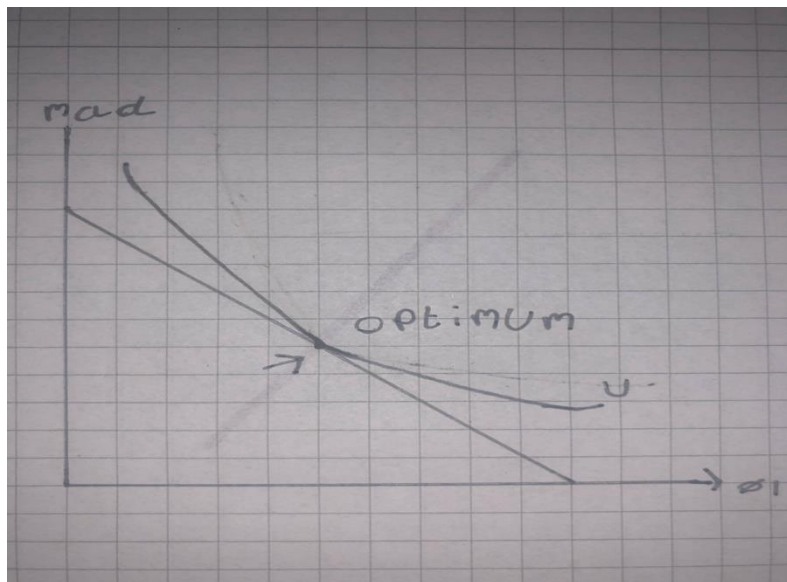
Dermed angiver punktet A ikke Ingas optimale forbrugssammensætning, eftersom hendes punkt ikke ligger i optimum. Det optimale punkt karakteriseres ved: Det ligger på budgetlinjen, indifferenskurven tangerer budgetlinjen i punktet (buntet), størst mulig nytte givet budgetbegrænsningen.

Tangeringsbetingelse: $MRS = \frac{P_1}{P_2}$ Hvis vi omskriver tangeringsbetingelsen:

$$MRS = \frac{MU_1}{MU_2} = \frac{P_1}{P_2} \rightarrow \frac{MU_1}{P_1} = \frac{MU_2}{P_2} \text{ Dvs. i optimum er marginalnytten pr. krone anvendt på vare 1 (øl)}$$

lig med marginalnytten pr. krone anvendt på vare 2 (mad). Dette optimum ligger i midten af budgetlinjen hos Inga, hvor indifferenskurven tanger midten af budgetlinjen. Hvilket ses i figur 3.

Figur 3: Ingas optimale forbrugssammensætning.

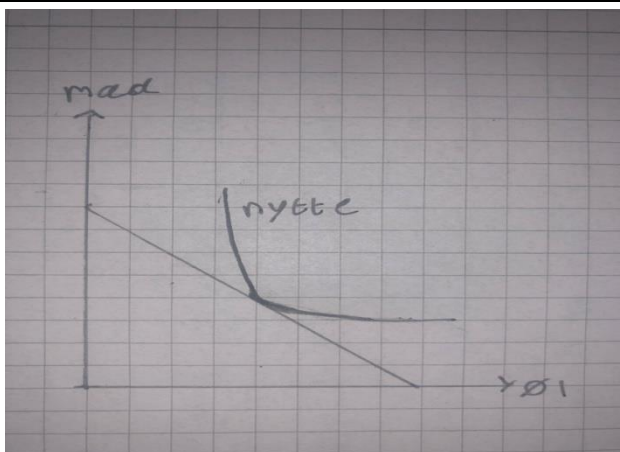


2.3 Gør det samme for punktet B.

Igen ser vi at punktet B ikke ligger i optimum af næsten samme årsag som i punkt A. Altså, i punkt B er marginalnytten for mad mindre end marginalnytten for øl, hvilket betyder at det kan betale sig at bytte øl for mad. Dermed kan B ikke være et optimum.

2.4 Illustrer den nyttemaksimerende forbrugssammensætning for Inga i en ny figur. Forklar hvorfor der for dette forbrugsbundt må gælde, at det marginale substitutionsforhold er lig med det relative prisforhold for de to goder.

Figur 4: Nyttemaksimerende forbrugssammensætning for Inga.



I figur 4 ser vi Ingas forbrugssammensætning, som er i netop et punkt. Det er her hvor tangenten har samme hældning som budgetlinjen, og som også giver størst nytte givet Ingas budgetbegrænsning. I dette punkt er marginalnytte for mad = marginalnytte for øl. Forbrugerens optimale valg var også forklaret i opgave 2.2 med given fortolkning.

Opgave 3

En forbruger har følgende nyttefunktion over forbrugsbundter (x_1, x_2) af to varer 1 og 2:

$U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$, hvor α er en given parameter, $0 < \alpha < 1$ [Denne form for funktion er meget brugt i økonomi og kaldes for en Cobb-Douglas-funktion efter ophavsmændene].

Forbrugeren står overfor givne priser $p_1 > 0$ og $p_2 > 0$ og har et givet budget $m > 0$ til køb af de to varer.

3.1 Angiv forbrugerens budgetlinje og udtryk x_2 som funktion af x_1 langs budgetlinjen.

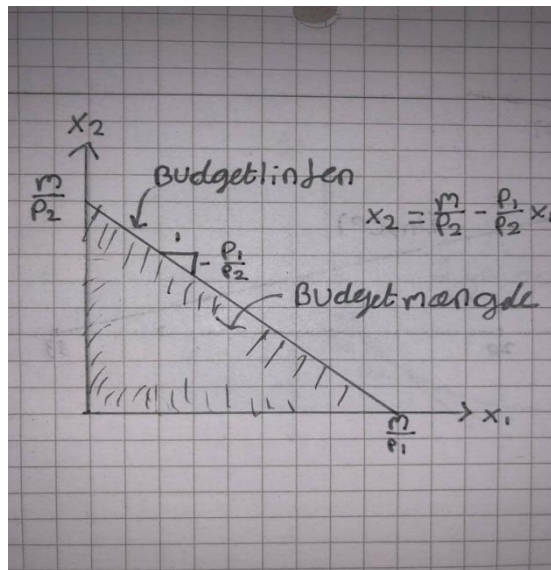
Skitsér budgetlinjen i et x_1, x_2 -diagram.

Budgetlinjen er følgende: $p_1 \cdot x_1 + p_2 \cdot x_2 = m$. Ved at omskrive formelen kan vi udtrykke x_2 som

funktion af x_1 langs budgetlinjen: $p_2 \cdot x_2 = m - p_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$

Dermed kan vi skitsere budgetlinjen:

Figur 5: Budgetlinjen i et x_1, x_2 -diagram.



3.2 Vis at forbrugers indifferenskurver er af form:

$$x_2 = \bar{u}^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot x_1^{-\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Hvor $u \geq 0$ er et tal der knytter sig til indifferenskurven, og skitsér nogle indifferenskurver i x_1, x_2 -diagrammet (fx for $\alpha = \frac{1}{2}$).

Jeg definerer nytten som et bogstav $\bar{u}$.

$$U(x_1, x_2) = \bar{u}$$

$$U(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$$

$$U(x_1, x_2) \cdot x_1^{-\alpha} = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} \cdot x_1^{-\alpha}$$

$$U(x_1, x_2) \cdot x_1^{-\alpha} = 1 \cdot x_2^{1-\alpha}$$

$$U(x_1, x_2) \cdot x_1^{-\alpha} = 1 \cdot x_2^{1-\alpha}$$

$$U(x_1, x_2)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot x_1^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} = 1 \cdot x_2^{1-\alpha \cdot (\frac{1}{1-\alpha})}$$

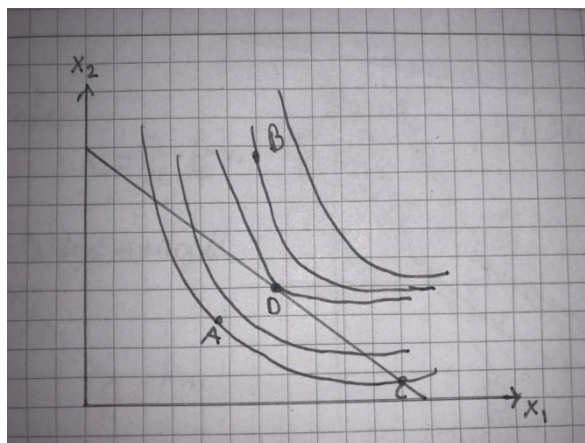
$$U(x_1, x_2)^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot x_1^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} = x_2$$

Eftersom vi har defineret nytten som $\bar{u}$ kan vi gøre følgende:

$$\bar{u}^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot x_1^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}} = x_2$$

Hvilket er vores ønskede resultat.

Figur 6: Skitse af indifferenskurver



Figur 6, viser en skitse af forskellige indifferenskurver, hvor punkt D vil være det optimale valg for forbrugeren. Desuden kan det ikke lade sig gøre at indifferenskurverne skære hinanden. Det strider mod transitivet.

3.3 Udtryk forbrugerens nytte, når forbrugsbundtet er på budgetlinjen, alene som funktion af x_1 (dvs. indsæt det udtryk for x_2 som funktion af x_1 , du fandt i spørgsmål 3.1, på pladsen for x_2 i nyttefunktionen).

Forbrugernes findes ved hjælp af marginal nytten: $MU_1(x_1, x_2) = \frac{dU(x_1, x_2)}{dx_1} = U_1(x_1, x_2)$, som dermed giver nyttefunktionen.

Vi fik angivet i opgaveformuleringen at $U_1(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{(1-\alpha)}$. Vi indsætter nu det x_2 som vi fandt i spørgsmål 3.1: $U_1(x_1) = x_1^\alpha \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha)}$ som derved giver forbrugerens nytte alene som funktion af x_1 .

3.4 Vis ved at finde maksimum for det resulterende udtryk mht. x_1 (dvs. ved at differentiere mht. x_1 og sætte lig med nul) osv., at det optimale forbrugsbundt for forbrugeren er:

$$x_1 = \frac{\alpha m}{p_1} \text{ og } x_2 = \frac{(1-\alpha)m}{p_2}$$

Vi differentierer følgende udtryk: $(U_1(x_1))' = \left(x_1^\alpha \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha)} \right)'$

$\left(x_1^\alpha \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha)} \right)' \rightarrow$ dette er en sammensat funktion; $f(g(x_1)) \rightarrow f'(g(x_1)) * g'(x_1) =$

$$1 - \alpha \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha-1)} \cdot \left(-\frac{p_1}{p_2} \right)$$

Så benytter vi produktreglen:

$$(U_1(x_1))' = \alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha)} + x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha-1)} \cdot \left(-\frac{p_1}{p_2} \right)$$

Så sættes udtrykket lig 0 og isoleres for x_1

$$\begin{aligned} 0 &= \alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha)} + x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha-1)} \cdot \left(-\frac{p_1}{p_2} \right) \\ &\Leftrightarrow -\alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha)} = x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(-\alpha)} \cdot \left(-\frac{p_1}{p_2} \right) \\ &\Leftrightarrow -\alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \frac{\left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(1-\alpha)}}{\left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^{(-\alpha)}} = x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \left(-\frac{p_1}{p_2} \right) \\ &\Leftrightarrow -\alpha \cdot x_1^{\alpha-1} \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^1 = x_1^\alpha \cdot (1-\alpha) \cdot \left(-\frac{p_1}{p_2} \right) \\ &\Leftrightarrow -\alpha \frac{x_1^{\alpha-1}}{x_1^\alpha} \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^1 \cdot \left(-\frac{p_2}{p_1} \right) = (1-\alpha) \\ &\Leftrightarrow -x_1^{\alpha-1-\alpha} \cdot \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^1 \cdot \left(-\frac{p_2}{p_1} \right) = \frac{1-\alpha}{\alpha} \\ &\Leftrightarrow -\left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^1 \cdot \left(-\frac{p_2}{p_1} \right) = \frac{1-\alpha}{\alpha} \cdot x_1 = \frac{x_1 - \alpha \cdot x_1}{\alpha} = \frac{x_1}{\alpha} - x_1 \\ &\Leftrightarrow -\left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^1 \cdot \left(-\frac{p_2}{p_1} \right) = \frac{x_1}{\alpha} - x_1 \\ &\Leftrightarrow \left(\frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1 \right)^1 \cdot \frac{p_2}{p_1} = \frac{m \cdot p_2}{p_2 \cdot p_1} - \frac{p_1 \cdot p_2}{p_2 \cdot p_1} \cdot x_1 = \frac{m}{p_1} - x_1 = \frac{x_1}{\alpha} - x_1 \\ &\Leftrightarrow \frac{m}{p_1} - x_1 + x_1 = \frac{x_1}{\alpha} \\ &\Leftrightarrow \frac{m \cdot \alpha}{p_1} = x_1 \end{aligned}$$

Dvs. vores optimale forbrugsbundt mht. x_1 er $\frac{m \cdot \alpha}{p_1} = x_1$

For x_2 gælder at; $p_2 \cdot x_2 = m - p_1 \cdot x_1 \Leftrightarrow x_2 = \frac{m}{p_2} - \frac{p_1}{p_2} x_1$

Så indsætter vi x_1 :

$$x_2 = \frac{m-p_1}{p_2} \cdot \frac{m \cdot \alpha}{p_1}$$

$$x_2 = \frac{(1-\alpha)m}{p_2}$$

Dette er vores optimale forbrugsbundt for x_2

3.5 Prøv at beskrive forbrugerens købsadfærd i ord og forklar herunder hvorfor størrelserne α og $1 - \alpha$ ofte omtales som “budgetandelene” (eller “indkomstandelene”).

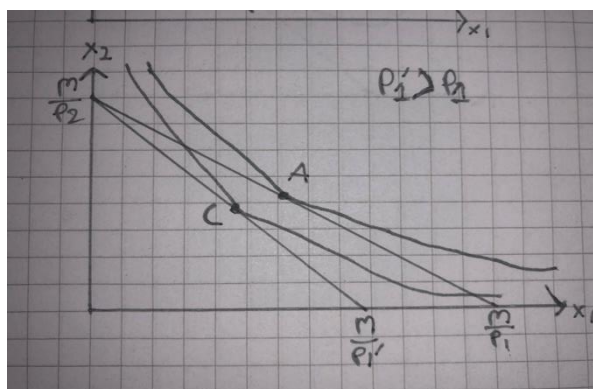
Forbrugerens købsadfærd handler om, at forbrugeren kan rangordne alle muligheder. Forbrugeren træffer konsistente valg - har en konsistent rangordning af de mulige gode bundter og forbrugeren vil altid have mere. Mere er bedre. Desuden ønsker forbrugeren et varieret forbrug.

Størrelserne α og $1 - \alpha$, påvirker andelen af budgettet. Dvs. de er med til at afgøre hvor stor en budgetandel der er til rådighed for henholdsvis x_1 og x_2 .

3.6 Forklar hvordan en stigning i prisen på vare 1 påvirker forbrugerens efterspørgsel efter hhv. vare 1 og 2 og illustrér i x_1, x_2 -diagrammet. Er de to varer substitutter eller komplementer?

Når prisen stiger på vare 1, ville efterspørgslen på vare 1 minskes- og vare 2 vil forblive uændret. I figur 7 vil punkt c være det optimale punkt efter prisændringen.

Figur 7: Effekt af højere pris på vare 1



Anm: P_1' angiver forhøjet pris på vare 1, hvor P_1 angiver den normale pris.

Eftersom C er det nye optimale punkt, må det betyde at de to varer hverken er komplementer eller substitutter, eftersom vare 2's efterspørgsel ikke stiger og det kun er vare 1's efterspørgsel som falder og fordi, at forbrugeren har konvekse præferencer, som betyder at forbrugeren vil have et varieret forbrug. Dermed kan de to varer hverken være komplementer eller substitutter.

3.7 Diskutér om du finder Cobb-Douglas-nyttefunktionen realistisk som beskrivelse af forbrugerpræferencer?

Cobb-Douglas-nyttefunktionen er ikke fuldstændig realistisk. Eftersom funktionen mener at man gerne vil have lige meget af vare 1 som vare 2, hvilket nødvendigvis ikke gælder i virkeligheden. Desuden tager funktionen også udgangspunkt i en antagelse som siger, at forbrugeren er i stand til at rangsætte varebundterne, hvilket nødvendigvis ikke gælder for alle i den virkelige verden.